Maths EB7-A

Chapitre 15 :Expressions algébriques

+

Correction des exercices du chapitre 14

Expression Algébrique

- On appelle expression algébrique un ensemble de nombres et de lettres réunis par les signes des opérations $(+; -; \times; \div)$.
- Ex: $3 \times x^2$; $6 \times a^3 \times b^2$; $6 \times a \times c^2 - 8 \times b^3 \times c^2$

ou bien en écriture simplifiée:

$3x^2$; $6a^3b^2$; $6ac^2 - 8b^3c^2$

Monôme

- Chaque terme d'une expression algébrique est appelé monôme.
- Ex : dans l'expression algébrique $A = -3x^2 + 5xy^3$

  les monômes sont : $-3x^2 \quad et \quad +5xy^3$
- Dans le monôme $-3x^2$, -3 s'appelle le coefficient et x la variable.
- Dans le monôme$+5xy^3$,+5 est le coefficient ,x et y sont les variables.

Termes semblables

- On appelle termes semblables des termes qui ne diffèrent que par leurs coefficients.
- Ex: $7x^5 \quad et \ -4x^5$ sont des termes semblables.
- Ex: $-3x^2y^3 \ et \ -5x^2y^3$ sont des termes semblables.
- Ex: $8x^3 \ et \ 8x^2$ **ne sont pas** des termes semblables.

Ecriture simplifiée

- $a \times b = b \times a = ab = ba$
- $a + a = 2a$ $\quad$ $a \times a = a^2$
- $a + a + a = 3a$ $\quad$ $a \times a \times a = a^3$
- $+5 \times x = 5x$ $\quad$ $-7 \times y = -7y$
- $0 \times x = 0$ $\quad$ $1 \times x = x$
- $-1 \times x = -x$ $\quad$ $-3 \times y = -3y$
- $2 \times x^3 = 2x^3$ $\quad$ $\frac{-5}{2} \times x^3 \times y = \frac{-5}{2} x^3 y = -2{,}5x^3y$
- $6 \times a^2 \times c - 8 \times b^3 \times c^2 = 6a^2c - 8b^3c^2$

Réduction des termes (ou des monômes) semblables

- Réduire des termes semblables dans une expression algébrique revient à les remplacer par un terme unique ,semblable à chacun d'eux et ayant pour coefficient la somme algébrique de leurs coefficients.
- Ex : $A = 3x^2 - 4x^2 + 8x^2 = (3 - 4 + 8)x^2 = 7x^2$.

  $B = -2a^3b^2 + 5a^3b^2 - a^3b^2 = (-2 + 5 - 1)a^3b^2 = 2a^3b^2$.

  $\mathrm{C} = +8x^3 + 3y^2 + 5x^3 + 4y^2 = (8 + 5)x^3 + (3 + 4)y^2 = 13x^3 + 7y^2$.
- Ex :Par pratique:

  $D = 3x^2 + 4y^2 - 5x^2 + y^2 + x^2 - 5 - 2y^2 = -x^2 + 3y^2 - 5$

  $E = -4a^2b + 3xy^2 + 8 + 2a^2b - xy^2 - 4 = -2a^2b + 2xy^2 + 4$

  $F = 3m - 4bm + 3b - 5m + 6bm + 7b - 5 = -2m + 2bm + 10b - 5$

Multiplication des monômes

- Le produit de deux ou plusieurs monômes s'obtient en multipliant leurs coefficients et les différentes variables et en additionnant les exposants de la même variable.
- Ex : $3x^2 \times 2x^3 = 6x^5$

$$2x^3 \times (-3x^5) = -6x^8$$

$$-4x^3 \times 2x^4 \times x = -8x^8$$

$$3ab^2 \times (-2a^2b) \times 5c = -30a^3b^3c$$

$$2x^2 \times 3x \times a^2 = 6x^3a^2$$

Addition d'expressions algébriques

- Soit $A = 2x^2y - 5y^2 - 3x^2 + 2 \; et \; B = 4y^2 + 3x^2 - x^2y + 4$

$$\begin{aligned} A + B &= (2x^2y - 5y^2 - 3x^2 + 2) + (4y^2 + 3x^2 - x^2y + 4) \\ &= \; 2x^2y - 5y^2 - 3x^2 + 2 \; + \; 4y^2 + 3x^2 - x^2y + 4 \\ &= (+2 - 1)\, x^2y + (-5 + 4)y^2 + (-3 + 3)x^2 + (+2 + 4) \\ &= +1x^2y - 1y^2 + 0x^2 + 6 \\ &= x^2y - y^2 + 6 \quad \text{(écriture simplifiée)} \end{aligned}$$

Soustraction d'expressions algébrique

- Soit $A = 2x^2y - 5y^2 - 3x^2 + 2 \; et \; B = 4y^2 + 3x^2 - x^2y + 4$

$A - B = (2x^2y - 5y^2 - 3x^2 + 2) - (4y^2 + 3x^2 - x^2y + 4)$

Rem: le signe $-$ devant une parenthèse change les signes

$= \; 2x^2y - 5y^2 - 3x^2 + 2 - 4y^2 - 3x^2 + x^2y - 4$

$= (2+1)x^2y + (-5-4)y^2 + (-3-3)x^2 + (2-4)$

$= 3x^2y + (-9)y^2 + (-6)x^2 + (-2)$

$= 3x^2y - 9y^2 - 6x^2 - 2$

Valeur numérique d’une expression algébrique

- La valeur numérique d’une expression algébrique est le résultat obtenu en remplaçant les lettres par des nombres donnés et en effectuant les opérations indiquées.
- Ex : soit l’expression algébrique $A = 3x^2y + 5x^3$

La valeur numérique de A pour $x = 2\ et\ y = 3$ est :

$$A = 3 \times 2^2 \times 3 + 5 \times 2^3 = 36 + 40 = 76$$

La valeur numérique de A pour $x = -1\ et\ y = 2$ est:

$$A = 3 \times (-1)^2 \times 2 + 5 \times (-1)^3 = 3 \times 1 \times 2 + 5 \times (-1) = 6 - 5 = 1$$

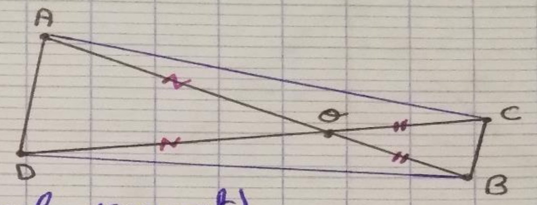
Exercices à faire

Page 162 n=1-3-4-5

Page 163 n=8-10-11-15

Correction des exercices du chapitres 14

P150 n° 2

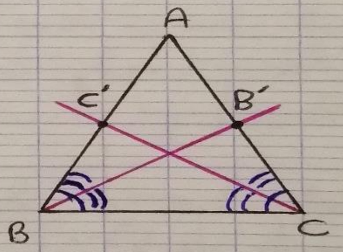


* Les deux triangles AOC et BOD sont tels que :
  - AO = DO (par donnée)
  - $\widehat{AOC} = \widehat{DOB}$ (angles opposés par le sommet)
  - OC = OB (par donnée)

Donc ces deux triangles sont superposables d'après le cas C.A.C

* Aux côtés isométriques s'opposent les angles égaux donc:
  - $\widehat{OAC} = \widehat{ODB}$ et $\widehat{OCA} = \widehat{OBD}$

P150 n° 6



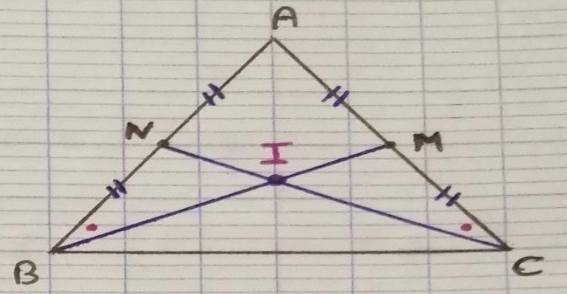
* $\widehat{B'BC} = \frac{1}{2}\widehat{ABC}$ ([BB') bissectrice de $\widehat{ABC}$)
  $\widehat{C'CB} = \frac{1}{2}\widehat{ACB}$ ([CC') bissectrice de $\widehat{ACB}$)

De plus, $\widehat{ACB} = \widehat{ABC}$ (angles à la base d'un triangle isocèle) donc,
$\widehat{B'BC} = \widehat{C'CB}$

* Les deux triangles C'CB et B'BC sont tels que :
  - $\widehat{C'CB} = \widehat{B'BC}$ (d.d)
  - [BC] (côté commun)
  - $\widehat{C'BC} = \widehat{B'CB}$ (angles à la base d'un triangle isocèle)

Donc, ces deux triangles sont superposables d'après le cas A.C.A
Par suite, BB' = CC' (côtés homologues dans deux triangles superposables).

P150 n° 8



1°) a)

* $AN = NB = \frac{AB}{2}$ (N milieu de [AB])

$AM = MC = \frac{AC}{2}$ (M milieu de [AC])

De plus, $AB = AC$ (ABC isocèle en A), donc $AN = NB = AM = MC$

* Les deux triangles AMB et ANC sont tels que :
  - $AM = AN$ (d.d)
  - $\hat{A}$ (angle commun)
  - $AB = AC$ (ABC isocèle en A)

Donc, ces 2 triangles sont superposables d'après le cas C.A.C

b) - $CN = BM$ (côtés homologues dans deux triangles superposables).
- $A\hat{C}N = A\hat{B}M$ (angles homologues dans 2 triangles superposables).

2°) a) $I\hat{B}C = A\hat{B}C - A\hat{B}M$
$I\hat{C}B = A\hat{C}B - A\hat{C}N$ } or $A\hat{B}C = A\hat{C}B$ (angles à la base d'un triangle isocèle) et $A\hat{B}M = A\hat{C}N$ (d.d), donc $I\hat{B}C = I\hat{C}B$

$I\hat{B}C = I\hat{C}B$, donc IBC est un triangle isocèle en I.

b) $IM = MB - IB$
$IN = NC - IC$ } or $MB = NC$ (d.d) et $IB = IC$ (IBC est un triangle isocèle en I), donc $IM = IN$

$IM = IN$, donc IMN est un triangle isocèle en I.

P151 n° 11

1°) Les deux triangles ABE et ACF sont tels que :

- $AB = AC$ (ABC isocèle en A)
- $\widehat{ABE} = 180° - \widehat{ABC}$; $\widehat{ACF} = 180° - \widehat{ACB}$ } puisque $\widehat{ABC} = \widehat{ACB}$ (ABC isocèle en A), alors $\widehat{ABE} = \widehat{ACF}$
- $BE = CF$ (par donnée)

Donc, ces deux triangles ABE et ACF sont superposables d'après le cas C.A.C

2°) $\widehat{AEF} = \widehat{AFE}$ (angles homologues dans deux triangles superposables), donc AEF est un triangle isocèle en A.

3°) $\widehat{EAI} = \widehat{EAB} + \widehat{BAI}$; $\widehat{FAI} = \widehat{FAC} + \widehat{CAI}$ } or $\widehat{EAB} = \widehat{FAC}$ (angles homologues dans deux triangles superposables) et $\widehat{BAI} = \widehat{CAI}$ ([AI) bissectrice de $\widehat{BAC}$)

donc $\widehat{EAI} = \widehat{FAI}$

$\widehat{EAI}$ et $\widehat{FAI}$ sont deux angles adjacents, et $\widehat{EAI} = \widehat{FAI}$, alors [AI) est la bissectrice de $\widehat{EAF}$.

4°) * Les deux triangles BEL et CFK sont tels que :

- $EB = CF$ (par donnée)
- $\widehat{LEB} = \widehat{KFC} = 90°$ (effet de la perpendiculaire)
- $\widehat{EBL} = \widehat{ABC}$ et $\widehat{FCK} = \widehat{ACB}$ (angles opposés par le sommet), de plus $\widehat{ABC} = \widehat{ACB}$, donc $\widehat{EBL} = \widehat{FCK}$

Donc ces deux triangles sont superposables d'après le cas A.C.A.

* $AL = AB + BL$; $AK = AC + CK$ } puisque $AB = AC$ (ABC isocèle en A) et $BL = CK$ (côtés homologues dans 2 triangles superposables) donc $AL = AK$, alors ALK est un triangle isocèle en A.

[AI) est la bissectrice de l'angle principal du triangle isocèle ALK, alors elle est en même temps médiatrice de la base [LK].